

# 微分積分学第一 (LAS.M101-06)

初等関数

山田光太郎

`kotaro@math.titech.ac.jp`

<http://www.official.kotaroy.com/class/2024/calc-1/>

東京工業大学

2024/06/11

# 記号

- ▶  $\mathbb{R}$  : 実数 (real numbers) 全体の集合
- ▶  $\mathbb{C}$  : 複素数 (complex numbers) 全体の集合
- ▶  $\mathbb{N}$  : 自然数 (natural numbers) 全体の集合
- ▶  $\mathbb{Z}$  : 整数 (integers; whole numbers) 全体の集合

# 1 変数関数

# グラフ

# 三角関数

sec, cosec, cot

# 指数関数・対数関数

exp, log

# 双曲線関数

## 定義 (定義 1.9)

$$\begin{aligned}\cosh x &= \frac{e^x + e^{-x}}{2}, & \sinh x &= \frac{e^x - e^{-x}}{2}, \\ \tanh x &= \frac{\sinh x}{\cosh x} = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} = \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1}\end{aligned}$$

# 双曲線関数

## 命題 (命題 1.10)

- ▶ 恒等式  $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$  が成り立つ
- ▶ 加法定理：
$$\cosh(x + y) = \cosh x \cosh y + \sinh x \sinh y,$$
$$\sinh(x + y) = \sinh x \cosh y + \cosh x \sinh y,$$
$$\tanh(x + y) = \frac{\tanh x + \tanh y}{1 + \tanh x \tanh y}.$$

- ▶ 微分公式：

$$\frac{d}{dx} \cosh x = \sinh x, \quad \frac{d}{dx} \sinh x = \cosh x, \quad \frac{d}{dx} \tanh x = 1 - \tanh^2 x.$$

- ▶ 積分公式：

$$\int \cosh x \, dx = \sinh x, \quad \int \sinh x \, dx = \cosh x, \quad \int \tanh x \, dx = \log \cosh x.$$