

微分積分学第一 (LAS.M101-06)

初等関数

山田光太郎

`kotaro@math.titech.ac.jp`

<http://www.official.kotaroy.com/class/2024/calc-1/>

東京工業大学

2024/06/11

双曲線関数

定義 (定義 1.9)

$$\begin{aligned}\cosh x &= \frac{e^x + e^{-x}}{2}, & \sinh x &= \frac{e^x - e^{-x}}{2}, \\ \tanh x &= \frac{\sinh x}{\cosh x} = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} = \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1}\end{aligned}$$

双曲線関数

命題 (命題 1.10)

- ▶ 恒等式 $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$ が成り立つ
- ▶ 加法定理：
$$\cosh(x + y) = \cosh x \cosh y + \sinh x \sinh y,$$
$$\sinh(x + y) = \sinh x \cosh y + \cosh x \sinh y,$$
$$\tanh(x + y) = \frac{\tanh x + \tanh y}{1 + \tanh x \tanh y}.$$

- ▶ 微分公式：

$$\frac{d}{dx} \cosh x = \sinh x, \quad \frac{d}{dx} \sinh x = \cosh x, \quad \frac{d}{dx} \tanh x = 1 - \tanh^2 x.$$

- ▶ 積分公式：

$$\int \cosh x \, dx = \sinh x, \quad \int \sinh x \, dx = \cosh x, \quad \int \tanh x \, dx = \log \cosh x.$$

双曲線関数

$$\operatorname{sech} x = \frac{1}{\cosh x}, \quad \operatorname{cosech} x = \frac{1}{\sinh x}, \quad \operatorname{coth} x = \frac{1}{\tanh x} = \frac{\cosh x}{\sinh x}$$

逆三角関数

$$\text{Cos}^{-1} x, \text{Sin}^{-1} x, \text{Tan}^{-1} x$$

初等関数

多項式, 冪関数 (x^α の形. 冪乗根を含む), 指数関数, 対数関数, 三角関数, 逆三角関数に加減乗除, 合成の操作を有限回施すことによって得られる関数を初等関数という.

課題

- ▶ 講義資料や講義の誤りの指摘
- ▶ 講義内容に関する質問

提出：所定の用紙で T2SCHOLA に
締切：6月13日 17:00 JST