微分積分学第一 (LAS.M101-06)

初等関数

山田光太郎

kotaro@math.titech.ac.jp

http://www.official.kotaroy.com/class/2024/calc-1/

東京工業大学

2024/06/13

逆三角関数の微分

- $\dfrac{d}{dx}\,\mathrm{Cos}^{-1}\,x = -\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

- $\dfrac{d}{dx}\,\mathrm{Sin}^{-1}\,x = \quad \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

- $\dfrac{d}{dx}\,\mathrm{Tan}^{-1}\,x = \quad \dfrac{1}{1+x^2}$

微分計算

導関数を求めよ

- $f_1(x) = \sqrt{\dfrac{1-x}{1+x}}$
- $f_2(x) = e^{\sin x} = \exp \sin x$

Q

正しいか？

- 微分が正なら増加.

“微分が正なら増加”

定理

区間 $I \subset \mathbb{R}$ で定義された微分可能な関数 f が，区間 I 上のすべての点で正の値を取るならば，f は I で単調増加.

変な例

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{2} + x^2 \sin \dfrac{1}{x} & (x \neq 0) \\ 0 & \end{cases}$$

C^1-級の関数

定義

区間 I $(\subset \mathbb{R})$ で定義された関数 f が C^1-級
$\overset{\text{def}}{\Leftrightarrow}$ f が I 上の各点で微分可能で，導関数 f' が I で連続.