

微分積分学第一 (LAS.M101-06)

多変数関数と偏微分

山田光太郎

`kotaro@math.titech.ac.jp`

<http://www.official.kotaroy.com/class/2024/calc-1/>

東京工業大学

2024/06/18

記号

$$\mathbb{R}^n := \{(x_1, \dots, x_n) \mid x_1, \dots, x_n \in \mathbb{R}\}.$$

多変数関数

$$D \subset \mathbb{R}^n$$

$$f: D \longrightarrow \mathbb{R}$$

例

点 $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ に対して $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$.

$$f: \mathbb{R}^2 \ni (x, y) \longmapsto f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2} \in \mathbb{R}$$

例

- ▶ 東経 x 度, 北緯 y 度の地点の標高を $h(x, y)$ メートルとすると, $h(x, y)$ は x と y の 2 変数関数である.
- ▶ いまこの瞬間の, 東経 x 度, 北緯 y 度の地点の地表における気圧を $p(x, y)$ ヘクトパスカルとすれば, $p(x, y)$ は x と y の 2 変数関数である.

グラフ

$$D \subset \mathbb{R}^2; f: D \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f \text{ のグラフ} := \{(x, y, f(x, y)) \mid (x, y) \in D\} \subset \mathbb{R}^3$$

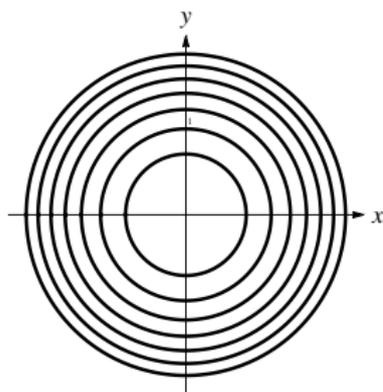
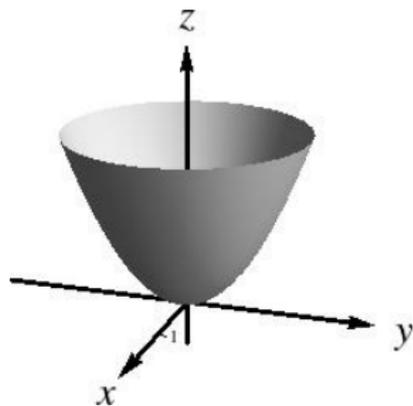
等高線

$$D \subset \mathbb{R}^2; f: D \rightarrow \mathbb{R}; c \in \mathbb{R}$$

$$f \text{ の高さ } c \text{ の等高線} := \{(x, y) \in D \mid f(x, y) = c\} \subset D \subset \mathbb{R}^2$$

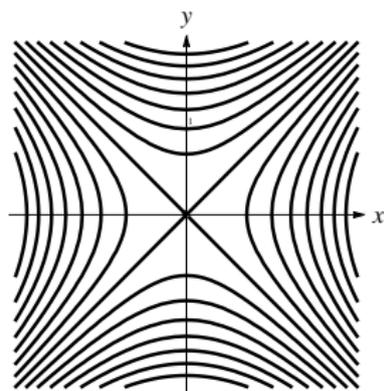
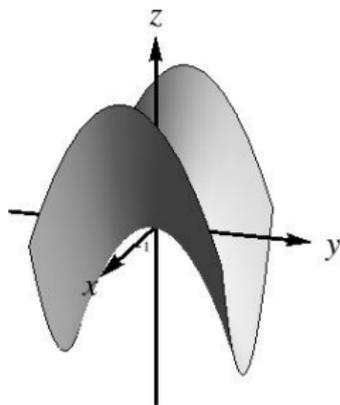
例

$$f(x, y) = x^2 + y^2$$



例

$$f(x, y) = x^2 - y^2$$



一般の n 変数関数の場合

一般に n 変数関数 $f: \mathbb{R}^n \supset D \rightarrow \mathbb{R}$ と定数 c に対して

$$\{(x_1, x_2, \dots, x_n, f(x_1, \dots, x_n)) \mid (x_1, \dots, x_n) \in D\} \subset \mathbb{R}^{n+1},$$

$$\{(x_1, x_2, \dots, x_n) \in D \mid f(x_1, \dots, x_n) = c\} \subset D \subset \mathbb{R}^n$$

をそれぞれ f の**グラフ**, 値 c の**等高面**または**等値集合**という.

課題

- ▶ 講義資料や講義の誤りの指摘
- ▶ 講義内容に関する質問

提出：所定の用紙で T2SCHOLA に
締切：6月20日 17:00 JST