

# 微分積分学第一 (LAS.M101-06)

山田光太郎

`kotaro@math.titech.ac.jp`

<http://www.official.kotaroy.com/class/2024/calc-1/>

東京工業大学

2024/06/20



# 1 変数関数の微分

- ▶  $I \subset \mathbb{R}$  : 開区間
- ▶  $f: I \rightarrow \mathbb{R}$  : 関数
- ▶  $a \in I$

定義:  $f$  が  $a$  で 微分可能 であるとは, 極限值

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

が存在することである. この極限値を  $f$  の  $a$  における 微分係数 といい,  $f'(a)$  と書く.

定義:  $f$  が  $I$  の各点で微分可能なとき, 関数

$$f': I \ni x \mapsto f'(x) \in \mathbb{R}$$

を  $f$  の 導関数 という.

例

$$f(x) = \sqrt[3]{x}$$

## 例

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x + x^2 \sin \frac{1}{x} & (x \neq 0) \\ 0 & (x = 0) \end{cases}$$

# 多変数関数

$$\mathbb{R}^n := \{(x_1, \dots, x_n) \mid x_1, \dots, x_n \in \mathbb{R}\}$$

$$\mathbb{R}^2 := \{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{R}\}$$

▶  $D \subset \mathbb{R}^2$

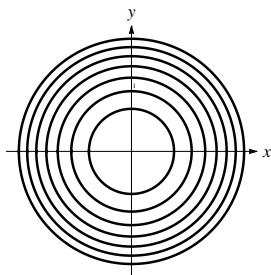
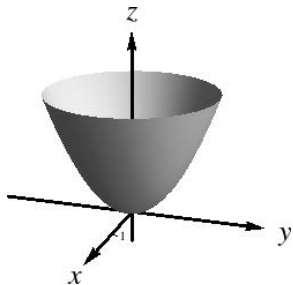
$f: D \ni (x, y) \mapsto f(x, y) \in \mathbb{R}$  (2変数関数)

$f$  のグラフ  $:= \{(x, y, f(x, y)) \mid (x, y) \in D\} \subset \mathbb{R}^3$

$f$  の高さ  $c$  の等高線  $j := \{(x, y) \mid f(x, y) = c\} \subset D \subset \mathbb{R}^2$

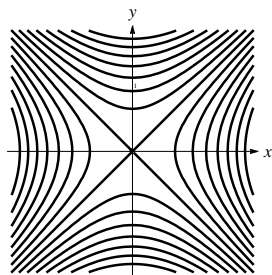
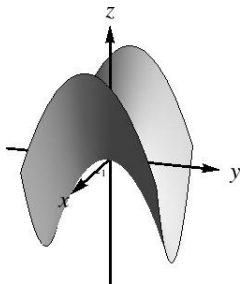
例

$$f(x, y) = x^2 + y^2$$



例

$$f(x, y) = x^2 - y^2$$





## 例

- ▶ 東経  $x$  度, 北緯  $y$  度の地点の標高を  $h(x, y)$  メートルとすると,  $h(x, y)$  は  $x$  と  $y$  の 2 変数関数である.
- ▶ いまこの瞬間の, 東経  $x$  度, 北緯  $y$  度の地点の地表における気圧を  $p(x, y)$  ヘクトパスカルとすれば,  $p(x, y)$  は  $x$  と  $y$  の 2 変数関数である.

# 多変数関数の変化の様子

- ▶ 増減？
- ▶ グラフ？
- ▶ 等高線？