

# 微分積分学第一 (LAS.M101-06)

多変数関数と偏微分

山田光太郎

`kotaro@math.titech.ac.jp`

<http://www.official.kotaroy.com/class/2024/calc-1/>

東京工業大学

2024/06/20

## 高階の導関数 (1 変数)

▶  $I \subset \mathbb{R}$  : 開区間 ;  $f: I \rightarrow \mathbb{R}$

$$f''(x) = \frac{d^2 f}{dx^2} = \frac{d}{dx} \frac{df}{dx},$$

$$f'''(x) = \frac{d^3 f}{dx^3} = \frac{d}{dx} \frac{d^2 f}{dx^2},$$

⋮

$$f^{(m)}(x) = (f^{(m-1)})'(x) = \frac{d}{dx} \frac{d^{m-1} f}{dx^{m-1}}, \dots$$

## 2次偏導関数

▶  $D \subset \mathbb{R}^2$  : 領域 ;  $f: D \rightarrow \mathbb{R}$

$$f_{xx} = (f_x)_x = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial x}$$

$$f_{xy} = (f_x)_y = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial f}{\partial x}$$

$$f_{yx} = (f_y)_x = \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial y}$$

$$f_{yy} = (f_y)_y = \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial f}{\partial y}$$

# 高階偏導関数

例

$$f(x, y) = x^3 - 3x^2y + y^5$$

例

$$f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$$

# 偏微分の順序交換

例

$$f(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$



例

$$u(t, x) = \frac{1}{2\sqrt{\pi ct}} \exp\left(-\frac{x^2}{4ct}\right) \quad (c \text{ は正の定数})$$

## 例

$$\theta(x, y) = 4 \operatorname{Tan}^{-1} \exp\left(ax + \frac{y}{a}\right) \quad (a \text{ は定数})$$

## 課題

- ▶ 講義資料や講義の誤りの指摘
- ▶ 講義内容に関する質問

提出：所定の用紙で T2SCHOLA に  
締切：6月20日(本日) 17:00 JST