微分積分学第一 (LAS.M101-06)

山田光太郎
kotaro@math.titech.ac.jp
http://www.official.kotaroy.com/class/2024/calc-1/

東京工業大学

2024/06/27

お知らせ

- 前回は直前の講義形態変更でご迷惑をおかけいたしました.

お知らせ

- T2SCHLA の「一般」セクションに授業学修アンケートを設置しました．回答をお願いいたします．

お知らせ

- 東工大学勢調査 2024 が始まっています．ご参加ください．

学勢調査

学生支援センター未来人材育成部門(学生活動支援窓口)

学勢調査について：

東京工業大学では、本学における教育改善や施設建設・整備、学内サービス向上といった大学の事業に学生の声を取り入れ、本学をより魅力ある大学とすることを目的とした全学的アンケート調査「学勢調査」を、2年に1度実施しています。

「東工大をこうしたい！あれがやりたい！でも・・・」「もう少し、こうなってくれればいいのに・・・」といった学生の声を集め、実現する形へと学生自らがつなげる場、それがこの学勢調査です。

全学生を対象としたこの大規模なWebアンケート調査は、2004年の試行を経て2005年より本格実施となりました。全国でも例を見ない、本学独自の取り組みであり、国勢調査になぞらえて「学勢調査」と名付けられました。

この調査のユニークな点は、調査結果の集計、解析、提言書作成を、公募に応じたサポーター学生の主導で実施していることです。学生の視点でアンケート結果を読み解き、建設的な提言書を作成し、学長に提出します。

学生からの意見や提言とアンケート結果は大学にフィードバックされ、各組織はできる限りの対応に取り組み、これまでに多くの改善が行われてきました。提言の中には、慎重な検討を要するもの、大きな予算を伴うものなどもあり、対応しきるには時間がかかるものもありますが、学勢調査は学生の意見を大学側に伝える大きな役割を果たしています。皆さんのご協力をお願いします。

学勢調査2024 WG主査　鍵直樹

学勢調査2024

学勢調査2024は**2024年6月24日(月)～2024年7月24日(水)**の期間実施されます。
東工大ポータル>教務Webシステム内のアンケート「東京工業大学 学勢調査2024」から回答可能です。
「願わなければ、叶いません」
皆さんの意見をお待ちしております！

1 変数関数の微分

$$\lim_{x\to 1} \log x = \log 1 = 0$$

- $I \subset \mathbb{R}$：開区間；$f\colon I \to \mathbb{R}$：関数；$a \in I$

定義：f が a で連続であるとは，

$$\lim_{x\to a} f(x) = f(a)$$

log は微分可能 → log が連続　log の定義

が成り立つこと．

定義：f が I で連続であるとは I の各点でで連続であること．

定義：f が a で微分可能であるとは，極限値

$$h(A + \varepsilon(h)) = \cancel{\lim_{h\to 0}} \frac{f(a+h) - f(a)}{\cancel{h}} \qquad \left(= f'(a)\right) \qquad \varepsilon \to 0$$

$A = f'(a)$

が存在すること．

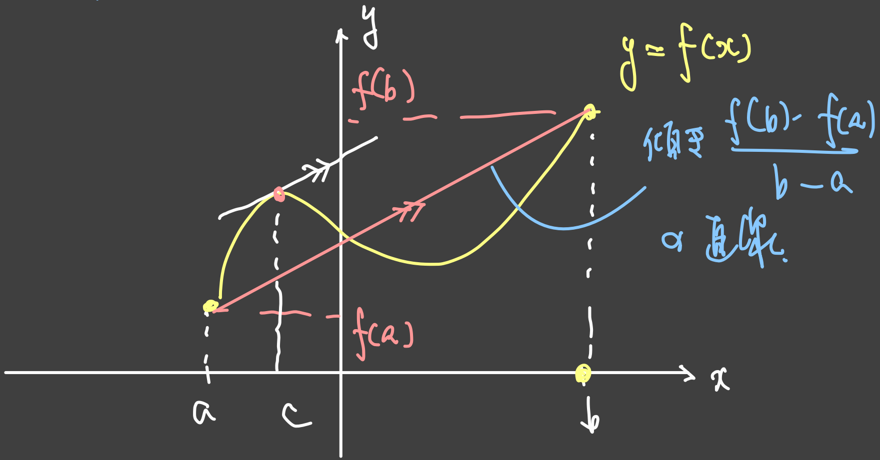
定理：f が a で微分可能 $\Rightarrow$ f は a で連続．

⇐ は成り立たない．・反例 $\left(f(x) = \sqrt[3]{x},\ a = 0\right)$

平均値の定理

定理： $f\colon [a,b] \to \mathbb{R}$：$(a,b)$ で微分可能，$[a,b]$ で連続

$\Rightarrow \underbrace{f(b)-f(a)}=\underbrace{(b-a)}f'(c)$, $a<c<b$ を満たす c が存在.



平均値の定理の適用例１

定理： $f : I \to \mathbb{R}$; 区間 I 上で $f'(x) = 0 \ \Rightarrow f$ は区間 I 上で定数.

∵ $x_0 \in I$（Iの点x_0）をひとつ固定する。$x \in I$ に対して

・$x > x_0$ のとき平均値の定理より

$$f(x) - f(x_0) = (x - x_0) f'(c) \quad (x_0 < c < x)$$

0

となる c が存在する．とくに $c \in I$ なので $f'(c) = 0$.（仮定より）

したがって $f(x) - f(x_0) = 0$

・$x < x_0$ …… 略

$\therefore \ f(x) = f(x_0)$ □

平均値の定理の適用例２

定理： $f : (a, b) \to \mathbb{R}$；区間 (a, b) 上で $f'(x) > 0$

$\Rightarrow f$ は区間 (a, b) で単調増加

because

$\because$) $a < x_1 < x_2 < b$ をみたす x_1, x_2 をとる.

平均値の定理より

$$f(x_2) - f(x_1) = \underbrace{(x_2 - x_1)}_{\oplus}\underbrace{f'(c)}_{\oplus} \quad (x_1 < c < x_2)$$

をみたす c が存在する. $a < c < b$ なので

仮定より $f'(c) > 0$ また x_1, x_2 の取り方より $x_2 - x_1 > 0$

$$\therefore\ f(x_2) - f(x_1) > 0$$

$$f(x_1) < f(x_2) \quad \square$$

平均値の定理の言い換え

定理 (平均値の定理)

関数 f が区間 I で微分可能であるとき，点 $a \in I$ と $a + h \in I$ となるような h に対して，次をみたす θ が存在する：

$$f(a+h) - f(a) = f'(a+\theta h)h \qquad (0 < \theta < 1).$$