微分積分学第一 (LAS.M101-06)

山田光太郎
kotaro@math.titech.ac.jp
http://www.official.kotaroy.com/class/2024/calc-1/

東京工業大学

2024/07/02

お知らせ

- 今回は期限までに 88 名の方から課題の提出がありました．T2SCOLA からフィードバックを行っています．
  なお，用紙に記入されているコメントは山田用のメモです．読めない字があるかもしれませんが，T2SCHOLA 上の講義資料に回答やコメントがありますのでそちらを参照してください．ここに挙げられた質問と同じものを再度提出しても得点にはなりません．
- 課題採点基準に次を加えます：言葉の意味の誤った使用，前回までの質問・講義中のコメントと同内容の質問，要注意とコメントした語句の使用は減点．
- 提出物のフォーマットが PDF でなかった方が１名．採点していません．

お知らせ

- 次回，7月4日の講義の際に中間試験の予告を行います．お誘い合わせの上お越しください.
- 授業日程の微修正をしました．T2SCHOLA，講義webなどでご確認ください：修正点：7月25日の課題提出を中止.

ご意見から

- 木曜日の講義が多すぎて，木曜日の 17:00 までに課題を提出するのが難しい．火曜日の講義内容のみについて，提出してよいか．

  すきにしてください

- もう少し間違えてください

  講義資料は宝の山

補足

- 誤りのご指摘ありがとうございます．ただ「スライド B の P7」というような指摘ですと，火曜日のスライドか木曜日のスライドかすぐにはわかりません．場所を特定できる記述でお願いします．

- 接線，図形的な意味などを問う質問が相変わらずたくさんあります．20240620 黒板 A の 4 ページ．

要修正

- 「＊＊＊を定義することの意義」という質問も複数いただきます．たとえば，行列の掛け算を定義することの意義，というのはもう皆さんは山ほど知っていますよね．それは「教わる」のではなく感じていくものです．

- 反例や，極限を求めるときに使う数列 (h_n, k_n) などの上手い決め方の「コツ」を尋ねる質問が複数ありました．まず，こう置くとうまく行く，ということはご自分できちんと確かめてください．

Q and A

Q: 「：」コロンと「；」セミコロンの使い方の違いが分からないので教えてください.

A: 概ね「A:B」は B は A の説明,「A;B」は文 A と文 B の（ピリオドより弱い）区切り，という意味で使っている.

D : 領域 ; $f : D \to \mathbb{R}^2$: 微分可能な関数

Q and A

Q: 極値の定義についての質問です．$f(x) = |x|$ での $x = 0$ のように，微分可能ではない点も極値になりますか？

A: それは「極値の定義」の条件を満たしていますか．まず極値の定義をきちんと述べましょう．

✓ 定義：f が a で極小値をとるとは
a を含む開区間 I が存在して
・ $f(x) > f(a)$ が $x \in I$, $x \neq a$
に対して成り立つ

Q and A

Q: 授業内容とその復習に関する質問です。授業や問題集の中で受験生時代に習った積分の定理 (平均値の定理や中間値の定理)（原文ママ：これって積分の定理ですか？）が度々登場しますが、授業についていくために日々の微積分の演習の中で受験生の頃行っていた問題集なども取り組むべきでしょうか?

A: そんなことはやらなくてもよいので「教科書」で定理のステートメントや言葉の定義をきちんと思い出しておくこと.

Q and A

Q: 今回は 2 変数関数で全微分を行いましたが、変数が増えていった場合はどのような定義になるのでしょうか。また、全微分可能性に関してもどのような定義になるか教えていただきたいです。

A: 2 変数の場合を真似して自分で書いてみよう．定義がしっかり理解できているかを確かめるのにちょうどよい演習問題.

補足：写像と関数

集合

$f: X \to Y$: 写像

X の各要素 x に Y の要素 f(x) を対応させる対応の規則

とくに Y が $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$ のときは慣例として「関数」という

補足：平均値の定理

$F(x) = f(x) - x\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}$

定理： $f : [a,b] \to \mathbb{R}$: (a,b) で微分可能，$[a,b]$ で連続
$\Rightarrow f(b) - f(a) = (b-a)f'(c)$, $a < c < b$ を満たす c が存在.

$\Uparrow$ すぐに出てくる

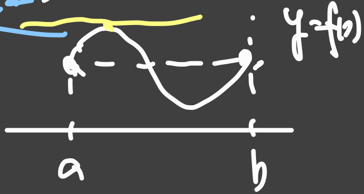
Rolle の定理 : f : as above

$f(a) = f(b) \Rightarrow f'(c) = 0$, $a < c < b$ を満たす c が存在する.

$\Uparrow$ 実数の連続性

最大最小の定理 $\leftarrow$?

(閉区間で連続な関数は最大、最小をとる)



補足：dx, dy

$$\frac{\partial f}{\partial x}(1,0) + \frac{\partial f}{\partial y}(0,1)$$

$$df = \left(\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}\right) = \frac{\partial f}{\partial x}\,dx + \frac{\partial f}{\partial y}\,dy.$$

$\varphi(x,y) = x$

$d\varphi = (1,0) = dx$

$dy = (0,1)$

$y = f(x)$

$y' = f'(x)$

このように関数と従属変数の名前をわざと混同する