2024 年 7 月 2 日
山田光太郎
kotaro@math.titech.ac.jp

微分積分学第一 (LAS.M101-06) 講義資料 7

■重要なお知らせ

- 課題採点基準に次を加えます：言葉の意味の誤った使用，前回までの質問・講義中のコメントと同内容の質問，要注意とコメントした語句の使用は減点.
- 皆さんのご質問などへの回答，コメントは T2SCHOLA の各回「講義資料」に挙げています．ここに回答したご質問と同じものを再度質問していただいても得点になりません.
- 次回，**7 月 4 日**の講義の際に**中間試験**の予告を行います．お誘い合わせの上お越しください.
- 授業日程の微修正をしました．T2SCHOLA，講義 web などでご確認ください：修正点：7 月 25 日の課題提出を中止.

■お知らせ

- 今回は期限までに 88 名の方から課題の提出がありました．T2SCOLA からフィードバックを行っています．なお，用紙に記入されているコメントは山田用のメモです．読めない字があるかもしれませんが，この資料に回答やコメントがありますのでそちらを参照してください.
- ファイルフォーマットが pdf になっていない方がいらっしゃいました．見ていません.

■前回の補足

- $dx = (1, 0)$，$dy = (0, 1)$ についてのご質問が複数でました．講義で語った以上のことはありませんが，もう一度説明します.
- 平均値の定理の証明に関する質問が複数．通常は Rolle の定理を用いる（というか Rolle の定理はほとんど平均値の定理と同じ）．Rolle の定理の証明には「閉区間で定義された連続関数は最大値・最小値をとる」ことを用いる．この性質は高等学校では証明しない.
- 曲線に沿う微分の説明で「写像」という言葉を使いましたが，それに関する質問が複数ありました．この言葉は線形代数学で学んでいるはずですが：集合 X の各要素に集合 Y の要素を対応させる対応の規則を**写像**といいます．とくに Y が $\mathbb{R}$ や $\mathbb{C}$ など数の集合の場合は**関数**とよぶ習慣があります.
- 接線，図形的な意味などを問う質問が相変わらずたくさんあります．20240620 黒板 A の 4 ページのところで話した内容を思い出して下さい.
- 「＊＊＊を定義することの意義」という質問も複数いただきます．たとえば，行列の掛け算を定義することの意義，というのはもう皆さんは山ほど知っていますよね．それは「教わる」のではなく感じていくものです.
- 反例や，極限を求めるときに使う数列 (h_n, k_n) などの上手い決め方の「コツ」を尋ねる質問が複数ありました．まず，こう置くとうまく行く，ということはご自分できちんと確かめてください．その上で数をこなしていくというまく見つけるコツが見えてきます．（こういうものは多分に個人的なので，教わってもなかなかうまく行かない）.
- 誤りのご指摘ありがとうございます．ただ「スライド B の P7」というような指摘ですと，火曜日のスライドか木曜日のスライドかすぐにはわかりません．場所を特定できる記述でお願いします.

■前回までの訂正

- 20240625 映写資料 C，5 ページ目：式の右端 “$\lim_{(h,k)\to(0,0)} \varepsilon(h, k) = 0$” が途中で切れていました.
- 20240627 映写資料 A，1 ページ目：T2SCHLA ⇒ T2SCHOLA
- 20240627 映写資料 B，7 ページ目のタイトル：連続 ⇒ 微分可能（ご指摘いただきましたが講義の際にコメントしましたね）

■授業に関する御意見

- 木曜日の講義が多すぎて，木曜日の 17:00 までに課題を提出するのが難しい．火曜日の講義内容のみについて，提出してよいか．
  山田のコメント： はい，ok です．
- 多変数関数の偏微分可能性と微分可能性がごっちゃになってしまいそうです　**山田のコメント** そうですか
- 満足しています　**山田のコメント** そうですか？
- Zoom のとき，音声がこもって聞き取りづらかったです．　**山田のコメント** ごめんなさい．chat で指摘してください．
- もう少し間違えてください　**山田のコメント** ずいぶんまちがえてる
- 講義室で Zoom 上映があって助かった．　**山田のコメント** はい，TA の方が協力してくださいました．
- 映写資料を一つにまとめて配信してほしいです．　**山田のコメント** 自分で merge してもよいのでは？
- なかなか質問をするのが難しいなと感じています (汗)　**山田のコメント** ですよね
- 平均値の定理で今まで当たり前に使っていた性質を証明したように，「自明」だと思い込んでしまっていたものを証明していくのは楽しかった．　**山田のコメント** でしょ
- どうしても体調が悪くて講義にでられない場合に，録画していただいている zoom の方で授業を受けられるのがとてもありがたいです．　**山田のコメント** はい，前回は私が体調をくずしました．
- zoom でも音量は十分なのですが，滑舌的な面で対面のほうが聞き取りやすく感じました．　**山田のコメント** 申し訳ない
- 前回の課題のフィードバックがアップロードされていないので，アップロードしていただけると幸いです．
  山田のコメント： Sorry
- ちょっとおいていかれていて焦りを感じてます　**山田のコメント** 焦ってください
- 講義資料にある問題を自習に活用しています．ありがたいです．　**山田のコメント** はい
- 増減が Nonsense な理由がわかりやすかったです．　**山田のコメント** でしょ
- 関数が増加する際のジェスチャーが面白かったです．　**山田のコメント** そう？
- 定理が多すぎる．　**山田のコメント** いやまだまだ
- 講義ノートの中で代表的な練習問題を先生が解説してくれてほしい　**山田のコメント** いくつかやってますが気づいてますか？
- 特にございません/特にないです．　**山田のコメント** me, too
- なし　**山田のコメント** so?

質問と回答

質問 1： 極値の定義についての質問です．$f(x) = |x|$ での $x = 0$ のように，微分可能ではない点も極値になりますか？

お答え： それは「極値の定義」の条件を満たしていますか．まず極値の定義をきちんと述べましょう．

質問 2： 「：」コロンと「；」セミコロンの使い方の違いが分からないので教えてください．　**お答え：**概ね「A:B」は B は A の説明，「A;B」は文 A と文 B の（ピリオドより弱い）区切り，という意味で使っている．

質問 3： 多変数関数の極限について，講義ノートの (3.1) にある「(x, y) がどのような経路で (a, b) に近づいても」の部分は，例えば 1 変数関数における極限が変数を正の方向，及び負の報告からある値に近づけることで定義されるように，「平面上のあらゆる方向から (x, y) を (a, b) に近づけても」と言い換えられますか？

お答え： 「方向」だけだと足りない．

質問 4： 授業で $\varepsilon(h, k)\sqrt{h^2 + k^2}$ を誤差であると説明されていましたが，これが誤差と言えるのはなぜですか．

お答え： 前の項にある h, k よりずっと早く 0 に近づく．

質問 5： $f\colon I \to \mathbb{R}$；区間 I 上で $f'(x) = 0 \Rightarrow f$ は区間 I で定数” という定理を平均値の定理で示していたが，次のような証明でもよいですか．$f(x) = \int f'(x)\,dx = \int 0\,dx = C$（$C$ は積分定数）より示された．

お答え： よくありません．$f'(x) = 0$ の原始関数が定数なのはなぜですか？（定数関数が原始関数なのは分かります．その逆はどうやって示すのですか？）

質問 6： 連続な 2 変数関数 $f(x, y)$ について，$f_{xy}(a, b)$ を計算するのに，まず $f_x(x, y) = \lim\limits_{h\to 0} \dfrac{f(x + h, y) - f(x, y)}{h}$ を計算してから $f_{xy}(x, y) = \lim\limits_{k\to 0} \dfrac{f_x(x, y + k) - f_x(x, y)}{k}$ として求めた $f_{xy}(x, y)$ に $x = a$, $y = b$ を代入すると $f_{xy}(a, b)$ となるのでしょうか．

お答え： ご質問の極限計算は $(x, y) = (a, b)$ の場合も含めてやっていますか？ そうなら「はい」（当たり前）．一方，極限計算を $(x, y) \neq (a, b)$ の時にのみ行っていたなら，一般にいいえ．（f_{xy} の (a, b) における連続性による）．

質問 7： f が C^1-級なら f は C^0-級とおっしゃっていましたが，一般に f が C^n-級なら f は C^{n-1}-級は成り立ちますか．　**お答え：**はい．

質問 8： 授業であつかう関数は $f\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ のものばかりですが，グラフが描けないという性質のち外はありますが $f\colon \mathbb{C}^n \to \mathbb{C}$ の関数はあつかわないのですか？ また $f\colon \mathbb{C}^n \to \mathbb{C}$ に対して偏微分は定義できますか．

お答え： 扱えます．ただしこの講義では扱いません．$\mathbb{R}$ 上の関数の微分可能性と $\mathbb{C}$ 上の関数の微分可能性は形式的には全く同じように見えますが，さまざまな性質の違いがあります．関数論・複素解析などのテキストを参照.

質問 9： 領域で偏微分可能な関数 $f(x,y)$ がグラフでイメージすると x 軸，y 軸方向の格子状に連続なのは自分で理解したが（山田注：そう，イメージというのはこのように自分で理解していくもの）それが本当に任意の経路で極限をとれる，連続を意味できるのでしょうか.

お答え： 偏微分可能性だけだとそうなりません．微分可能性（または C^1-級）が必要というのが 27 日の講義です.

質問 10： 今回は 2 変数関数で全微分を行いましたが、変数が増えていった場合はどのような定義になるのでしょうか。また、全微分可能性に関してもどのような定義になるか教えていただきたいです。 **お答え：**2 変数の場合を真似して自分で書いてみよう．定義がしっかり理解できているかを確かめるのにちょうどよい演習問題.

質問 11： 授業内容とその復習に関する質問です。授業や問題集の中で受験生時代に習った積分の定理 (平均値の定理や中間値の定理) (原文ママ：これって積分の定理ですか？) が度々登場しますが、授業についていくために日々の微積分の演習の中で受験生の頃行っていた問題集なども取り組むべきでしょうか? **お答え：**そんなことはやらなくてもよいので「教科書」で定理のステートメントや言葉の定義をきちんと思い出しておくこと.

質問 12： $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(a,b)} f(x,y) = A$ $(*)$ が成り立つための必要十分条件は任意の 2 つの数列 $\{h_n\}$, $\{k_n\}$ に対して $\displaystyle\lim_{n\to\infty} f(a+h_n, b+k_n) = A$ であると講義でありましたが h, k を数列にする理由は何ですか.

お答え： 少し誤りがありますね．任意の<u>0 に収束する</u> 2 つの数列，です．このように数列の問題にすることで（実際は同じことをやるのですが）$\varepsilon\delta$ を明示的に使うことをなるべく避けるようにしている.

質問 13： 多変数関数の微分可能性の定義において $f(a+h,b+k)-f(a,b) = Ah+Bk+\varepsilon(h,k)\sqrt{h^2+k^2}$ が出てきますが右辺の第 3 項 $\varepsilon(h,k)\sqrt{h^2+k^2}$ の $\sqrt{h^2+k^2}$ を $h+k$ などとしてはいけない理由はなんですか.

お答え： $h+k$ は 0 や負になってりしませんか？

質問 14： 偏微分の順序交換の十分条件として C^1 級があったが，それよりも一般的な条件としてはどのようなものがあるのか詳しく知りたい． **お答え：**C^1 ではだめ．定理 3.18

質問 15： 多変数関数の微分可能性に関して，定数 A, B をうまくとるとありますが，どのようにして 2 つの定数を決定するのでしょうか．多変数関数の微分可能性について触れていましたが，それは多変数関数の偏微分の拡張みたいなものなのでしょうか．また，多変数関数の微分の演算をする機会はあるのでしょうか.

お答え： 命題 3.12/いいえ/やったよね

質問 16： 多変数関数の中で，連続性や微分可能性を確かめなければいけない関数の特徴を教えてほしい．(特定の値で関数が変わるようなもの以外) **お答え：**初等関数でうまく表されているなら気にしなくて良い

質問 17： 領域の意味がよくわからなかった．特に「ひと続きで端を持たない」という部分がわからない，どういうことですか？ 高校の時よりも連続性について厳密に議論している感じがする． **お答え：**講義ノート p. 34/高校と同じ

質問 18： ある関数がある点で微分可能のとき，偏微分も可能となり微分と偏微分は関連がありそうだが，微分した関数と偏微分した関数の役割の違いはなんですか． **お答え：**微分した関数って何ですか？

質問 19： ∂x と dx はどちらも x 軸上においての微少量 $\delta x(\delta x \to 0)$ を表していると思うのですが ∂x と dx について $\partial x = dx$ は成り立つのでしょうか **お答え：**ここでは微小量とは考えません

質問 20： 講義 (正：義) 資料第 3 回の事実 3.7(2) について，A に収束させないようなうまい数列はどのように見つけるのですか．色々試すしかないのでしょうか． **お答え：**はい

質問 21： 極限と積分は入れ替えられますか？ **お答え：**どういう状況を考えているかによる.

質問 22： 定理「領域 D で定義された 2 変数関数 f が D の各点で偏微分可能かつ偏導関数 f_x, f_y が D で連続ならば f は D の各点で微分可能である.」がありますが，これの逆はなぜ成り立たないのですか.

お答え： 反例があるから；例 3.17.

質問 23： $f(a+h,b+k)-f(a,b) = Ah+Bk+\varepsilon(h,k)\sqrt{h^2+k^2}$ の ε は，線形代数の行列式の定義の ε と同じ意味ですか？ **お答え：**いいえ

質問 24： 講義ノート P.27 の領域は “ひと続きで端を持たない” とありますが，これは領域の境界は極限が定まらないということですか？ **お答え：**なぜ極限の話になる？

質問 25： 今日の講義資料の 3 ページについて，全微分と微分が同じ扱いをされていますが，そのような場合が存在するとは，定義を聞いただけでは理解できませんでした．解説お願いします．微分と全微分が同義になる場合の特徴はありますか？ また，具体例を教えてください.

お答え： 同じものを違う名前で読んでいるだけ．異なる定義があるわけではない.

質問 26： 領域 D で定義された 2 変数関数 f が D の各点で微分可能のとき f は D の偏微分可能だが偏導関数 f_x, f_y は D 上連続でなくなる場合はありますか？ **お答え：**例 3.17

質問 27： 2 変数関数の極限について，経路を指定するような極限の記述方法は存在するのか．もし存在するならばどのように記述するのか． **お答え：**経路を指定すれば良い．たとえば $\lim_{t\to 0} f(x(t), y(t))$

質問 28： f が a で連続であることの証明として，定義である「$\lim_{x\to a} f(x) = f(a)$」を示すことと，定理「$f$ が a で微分可能 $\Rightarrow$ f は a で連続」を用いるために f が a で微分可能であることを示すことの難易度には差がありますか．

お答え： ものによる．多くの例を経験して感じるべき

質問 29： 前回の偏微分の図形的意味のお話から類推すると，2 変数関数の微分をすると，$he_x + he_y$ 方向の xy 平面に垂直な面で $f(x, y)$ を切り取った気に現れる線の (a, b) における接線の傾きを表す量が現れるのではないかと考えました．しかし，そのような量を表す式は見当たりません．考え方が誤っていますか？ ($e_x = (1, 0), e_y = (0, 1)$ のベクトル) **お答え：**今回やる「方向微分」

質問 30： $f'(x) = 0$ のとき定数関数であることは，平均値の定理に触れてから用いるべきなのか．

お答え： 対象や文脈によるでしょうね

質問 31： $\varepsilon(h, k) = \frac{f(a+h,b+k)-f(a,b)-f_x(a,b)h-f_y(a,b)k}{\sqrt{j^2+k^2}}$ この式は覚えるべきですか． **お答え：**これがどういう文脈で出てくるのかを含めて覚えてください

質問 32： 微分可能 $\Rightarrow$ 偏微分可能のページ $\frac{f(a+h,b)-f(a,b)}{h} = +\varepsilon(h, 0)\frac{|h|}{h}$ で $h \to 0$ のとき $\varepsilon(h, 0) \to 0$ の理由がわかりません． **お答え：**$\lim_{(h,k)\to(0,0)} \varepsilon(h, k) = 0$ だから

質問 33：「f が D で C^2 級なら $f_{xy} = f_{yx}$」とあり，以前「ほとんどの」関数で $f_{xy} = f_{yx}$ が成り立つと習ったが，これについて当てはまらない関数は全て，一次偏導関数のうちどれかが定数であるということなのか．

お答え： なぜそういう結論になるのかわからない

質問 34： 講義ノート C^k 級関数の定義を 1 変数関数と 2 変数関数で 2 回述べているが，まとめて n 変数関数 ($n \geqq 1$) における C^k 級関数の定義の定義をすることはできないのか． **お答え：**すればよい

質問 35： 講義中におっしゃっていたかもしれませんが，多変数関数の微分可能性を調べるときに決める定数 A, B をうまく取るにはどのような点に着目すればよいですか． **お答え：**命題 3.12

質問 36： 講義ノートの微分可能性の (3,3) において $\sqrt{h^2+k^2}$ でなければならない理由はなんでしょうか．

お答え： (0.0) と (h, k) の距離

質問 37：「多変数関数に関する微分可能性」の，この微分とはどういう作業を表しているのかわかりません．全部のことですか？ そもそも多変数関数の微分をまだ定義していないと思います．$\delta(x, y) = x^2 + 3y$ を微分しろという問題はどう答えればいいでしょうか． **お答え：**「微分」は全微分 $df = f_x dx + f_y dy$ のことですので微分するとはこれを求めること．いずれにせよどうすればよいか迷う曖昧な問題は出しません．

質問 38： 多変数関数の極限の話で，$(x, y) \to (a, b)$ のように 2 つの変数がそれぞれある値に近づいたときの $f(x, y)$ の極限を新たに学びました．そこで，$(x_1, x_2, x_3, \dots) \to (a_1, a_2, a_3, \dots)$ ように 2 つ以上の変数がそれぞれある値に近づくときの $f(x_1, x_2, x_3)$ の極限を考えることはありますか？ **お答え：**もちろん

質問 39： 全微分の定義で，$\lim_{(h,k)\to(0,0)} \varepsilon(h, k) \to (0, 0)$ と定義できるとありますが，これを定義できる理由は何でしょうか． **お答え：**いいえ．$\varepsilon(h, k)$ をこのようにおくと $\lim_{(h,k)\to(0,0)} \varepsilon(h, k) = 0$ が成り立つというのが微分可能の定義．

質問 40： 偏微分を微分するときにマイナス側から近づける場合はないのですか？ **お答え：**なんのマイナスですか？

質問 41： ベクトルの割り算がないのはなぜですか？

お答え： どう定義したいですか？ そもそも数の割り算ってなんだった？

質問 42： 講義で平均値の定理の言い換えが紹介されましたが，平均値の定理の言い換えはどのような場面でもとの平均値の定理より使いやすいのでしょうか？ **お答え：**講義ノート 35 ページ

質問 43： C^k 級関数とありましたが，continuous の C ですか？ **お答え：**はい

質問 44： 平均値の定理は，高校数学の範囲ですが，高校数学の知識で証明することはできるんですか？

お答え： 最大，最小値の定理を認めれば良い．

質問 45： 例 3.8(2) で，$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}$ は存在しないのに対して，x と y を別々で 0 に近づけたときに，$1, -1$ が現れるのがなぜなのか知りたい．(x, y を同時に近づけるのと別々で近づけるときの違いはなにか？)

お答え： 前者は経路を指定しない．後者は経路を指定する．

質問 46： 期末試験に向けてなにかしておくべき事はありますか． **お答え：**勉強

質問 47： C^k 級のハイフンは必要ですか **お答え：**ひとによる

質問 48： 平均値の定理の証明にはイプシロンデルタ論法を使わないといけないと授業では話していたのですが，購入した教科書ではロルの定理を使うことで証明できていたのですが，ロルの定理での証明では不十分ということなのでしょうか．　**お答え：**Rolle の定理はどうやって証明する？

質問 49： 微分すると接線の傾きがわかるように，全微分することによって何がわかりますか？

お答え： 全微分がわかります．20240625 黒板 A 4 ページ

質問 50： 講義ノート P.30 命題 3.12 の証明について「$-|\varepsilon(h,0)| \leqq \varepsilon(h,0)\frac{|h|}{h} \leqq |\varepsilon(h,0)|$ かつ $h \to 0$ とすると $\varepsilon(h,0) \to 0$」とありますが，$\varepsilon(h,0) \to 0$ となるのはなぜですか．　**お答え：**微分可能なので

質問 51： ある領域で偏微分可能な関数 $f(x,y)$ は関数 $f(x,y)$ がグラフでイメージすると x 軸，y 軸方向の格子状にそれぞれの文字に対して連続なのは自分では理解したが，(グラフイメージは関数の副次的性質であることにも気をつけるが) それが本当に “任意の経路で” 極限を取れる連続を意味できるのでしょうか？ (今日の授業で触れていた気もしますが理解しきれませんでした)　**お答え：**なので偏微分可能だけでは連続性は従わない

質問 52： 関数 $f(x)$ 上の a における微分可能性は $\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ が存在するか否かで定義されます．二変数関数の偏微分おいても似た形で微分可能性を定義できましたが，全微分可能性の定義はあえてこの分数を崩したような書き方をしています．全微分可能性はある分数の極限が存在する可能性として定義することができないのでしょうか？ 具体的には，二変数関数 $f(x,y)$ に対し

$$\lim_{k\to 0}\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h,b+k)-f(a,b+k)}{h} = \lim_{k\to 0}\frac{\partial f}{\partial x}(a,b+k)$$
$$\lim_{h\to 0}\lim_{k\to 0}\frac{f(a+h,b+k)-f(a+h,b)}{h} = \lim_{h\to 0}\frac{\partial f}{\partial y}(a+h,b)$$

の両方が存在することと $f(x,y)$ が (a,b) において全微分可能であることはどうではないのですか？

お答え： ないです．$f(x,y) = \begin{cases} \log(x^2+y^2) & (x,y)\neq(0,0) \\ 0 & (x,y)=(0,0)\end{cases}$

質問 53： 多変数関数の微分の定義で用いられている式について，1 変数関数においても「微分可能であるということは」$f(x+h)-f(x) = h(A+\varepsilon(h))$ で $\varepsilon(h)$ を定義したとき $\lim_{h\to 0}\varepsilon(h) = 0$ となる」といえると述べられていました．私は 1 変数関数の微分をこのように定義したほうが多変数関数の微分とのつながりが良くなるので，このように定義した方がいいと思うのですが，なぜこのように定義されていないのでしょうか？

お答え： こう定義している本もありそう

質問 54： 講義ノートの 40 ページに登場する $\tilde{f}$ は何と呼びますか？　**お答え：**f ニョロ，f tilde，tilde f

質問 55： $f(a+h,b+k)-f(a,b) = Ah+Bk+\varepsilon(h,k)\sqrt{h^2+k^2}$ で $\lim_{(h,k)\to(0,0)}\varepsilon(h,k) = (0,0)$ のとき任意の経路で極限値が等しいと言えるのですか？ また，その場合なぜですか.

お答え： 何の極限値が等しいのですか？

質問 56： 高校で習う平均値の定理をわざわざ言い換えたものを紹介した理由はなぜですか？

お答え： 使いやすくしたいので

質問 57： 本講義資料のパラメータ表示には高校数学のような微分による速度ベクトルの表し方が記載されていますが，偏微分は利用しないのでしょうか．また，利用する場合，どのように利用するのでしょうか.

お答え： これは 1 変数関数なのでは？

質問 58： $\displaystyle\lim_{x\to 1}\log x = \log 1$ の等号が成り立つ理由が「$\log x$ が $x=1$ で連続である」からだということでしたが，それは $\displaystyle\lim_{x\to a}f(x)$ かつ $x=a$ で $f(x)$ が連続 $\Leftrightarrow \displaystyle\lim_{x\to a}f(x) = f(a)$ ということですか.

お答え： (同値の左側の部分) の意味がわかりません

質問 59： 平均値の定理で $a<c<b$ の c における接線は $\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$ と平行になるというのがわかりません.

お答え： 高等学校の教科書にはどう書いてありますか？

質問 60： $f(a+h,b+k)-f(a,b) = Ah+Bk+\varepsilon(h,k)\sqrt{h^2+k^2}$ について f の変数が 1 つ増えて $f(a,b,c)$ となったら上の式の右辺に C の項が付け加えられたものになりますか？　**お答え：**そう

質問 61： 偏微分と全微分はどういう場合に使い分けるのでしょうか　**お答え：**ちがうものですが

質問 62： f_{xy} と f_{yx} が等しくならない具体例が知りたい．　**お答え：**問 2-9 20240625 黒板 A の 2 ページ

質問 63： $\frac{f(a+h,b)-f(a,b)}{h} = \frac{Ah+\varepsilon(h,0)\sqrt{h^2}}{h}$ 上の式変形による出てくる ε はどのような意味ですか？

お答え： 微分可能性の定義の中の ε です

質問 64： 定理 3.16 で $\Rightarrow$ の証明は P.35 で理解できたが，その逆である $\Leftarrow$ が成立しないのは証明を思考したときどこがネックとなるのか不思議議である．(反例によって成立の証明が不可能なことは理解しています)

お答え： 平均値の定理を適用したあと極限が取れなそう

質問 65： 2 変数関数の極限値において (x, y) が (a, b) が近づくとき経路で違いはないとあるが経路とは関数における点の集まりではなく近づけ方を表すものなのか？ **お答え：**関数における点の集まりとはなにか？

質問 66： 多変数関数の極限値を求めるときや多変数関数の微分可能性を調べるときに，定数や数列をうまく取るいつようがあるのですが，このような数列や実数をかんたんに見つける方法などはありますか？ もしくは，関数を見たときになんとなく予測できるものなのでしょうか？

お答え： 数をこなすとわかってくる．この授業では例示されたものを follow できればよい

質問 67： 6/27 の映写資料 C の 5 ページ目について，“$dx = (1, 0), dy = (0, 1)$ という記号を用いる” とありますが，この部分をあまり理解できませんでした．dx は x 軸方向の単位ベクトル，dy は y 軸方向の単位ベクトルの全微分の際の表記ということでしょうか． **お答え：**そう

質問 68： 全微分は偏微分の和に等しいのはなぜですか？ **お答え：**和に等しくありません

質問 69： 偏微分ができても全微分ができないということは，全微分ができるための条件のどれが不足しているのか教えてほしいです，関数がある点の周りで連続ならば全微分も偏微分もできると思っているのですが，それ以外にどんな条件が必要なのかがよく理解できていないです． **お答え：**全微分可能性と偏微分可能性の定義は言えますか