微分積分学第一 (LAS.M101-06)

チェイン・ルール

山田光太郎

kotaro@math.titech.ac.jp

http://www.official.kotaroy.com/class/2024/calc-1/

東京工業大学

2024/07/04


$\frac{E}{c^2}\sqrt{-1}\,\frac{PV}{nR}$

$PV - nRT = 0$　3変数 P, V, T の関係式 "陰関数"

1 $P = nR\dfrac{T}{V}$　（PがTとVの関数）"陽 ―"

$V = nR\dfrac{T}{P}$

$T = \dfrac{PV}{nR}$

1. $\dfrac{\partial P}{\partial V} = -\cancel{nR}\dfrac{T}{V^2}$

2. $\dfrac{\partial V}{\partial T} = \dfrac{nR}{P}$

3. $\dfrac{\partial T}{\partial P} = \dfrac{V}{\cancel{nR}}$

$\underline{\dfrac{\partial P}{\partial V}\cdot\dfrac{\partial V}{\partial T}\cdot\dfrac{\partial T}{\partial P}} = -\cancel{nR}\dfrac{T}{PV} = \underline{-1}$

3が奇数

陰関数定理

陰関数がいつ陽にとけるか

定理 (陰関数定理の特別な場合; 定理 4.12)

領域 $D \subset \mathbb{R}^2$ 上の C^k-級関数 $F\colon D \to \mathbb{R}$ と $F(x_0, y_0) = 0$ をみたす点 $(x_0, y_0) \in D$ をとる．もし，$F_y(x_0, y_0) \neq 0$ が成り立っているならば，P を含む領域 $U \subset D$ と，$\mathbb{R}$ のある開区間 I 上で定義された C^k-級の 1 変数関数 $\varphi\colon I \to \mathbb{R}$ で次をみたすものが存在する：

$$(x, y) \in U \quad \text{かつ} \quad \boxed{F(x, y) = 0} \quad \Leftrightarrow \quad x \in I \quad \text{かつ} \quad \boxed{y = \varphi(x)}.$$

とくに各 $x \in I$ に対して $F\big(x, \varphi(x)\big) = 0$ が成立する．

$F(x,y) = x^2+y^2-1$

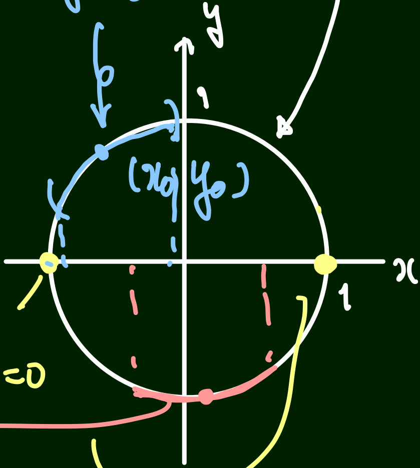
$F(x,y)=0$

$F_x = 2x$ $\quad F_y = 2y$

$F_y=0 \Leftrightarrow y=0$

$y=\varphi(x)$

$y=\sqrt{1-x^2}$



$F_x \neq 0$

$x=\xi(y)$

$F_y=0$

$y=\psi(x)$

$= -\sqrt{1-x^2}$

例：Cassinian Oval カッシニの楕形

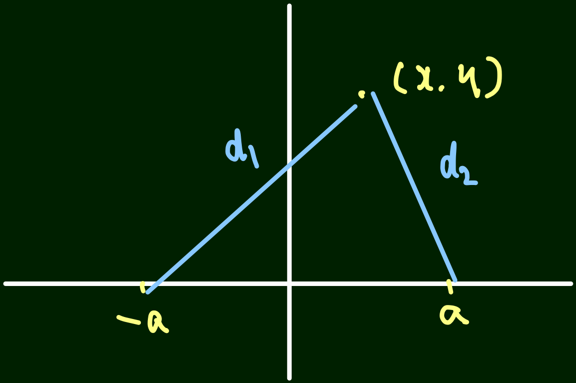
卵形線

$a>0$

$b>0$

定数

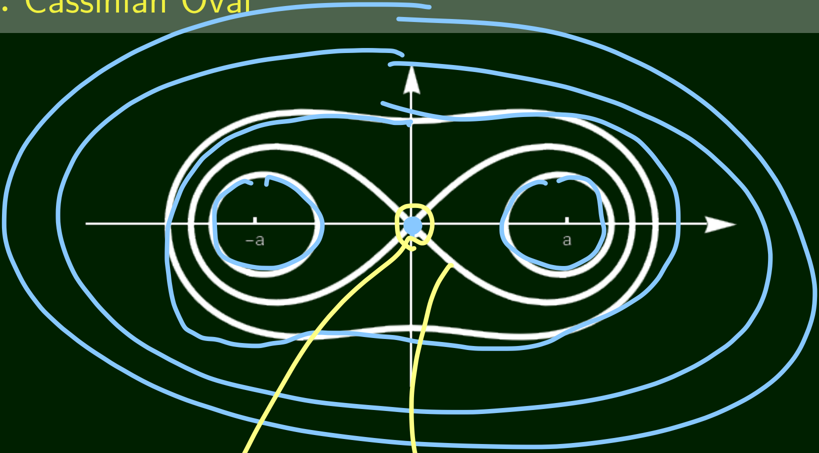
$$\left((x-a)^2+y^2\right)\left((x+a)^2+y^2\right)=b^4$$



$d_1 \cdot d_2 = b^2$

一定

例：Cassinian Oval



$F_x = F_y = 0$

Lemniscate

という点

陰関数の微分法

課題

- 講義資料や講義の誤りの指摘
- 講義内容に関する質問

提出：所定の用紙で T2SCHOLA に
締切：7 月 4 日 17:00 JST