

微分積分学第一 (LAS.M101-06)

広義積分

山田光太郎

`kotaro@math.titech.ac.jp`

<http://www.official.kotaroy.com/class/2024/calc-1/>

東京工業大学

2024/07/23

広義積分

- ▶ $f: (a, b] \rightarrow \mathbb{R}$: 連続

極限值 $\lim_{\varepsilon \rightarrow +0} \int_{a+\varepsilon}^b f(x) dx$ が存在するとき,

その値を $\int_a^b f(x) dx$ と書く.

- ▶ $f: [a, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$: 連続

極限值 $\lim_{M \rightarrow +\infty} \int_a^M f(x) dx$ が存在するとき,

その値を $\int_a^{\infty} f(x) dx$ と書く.

広義積分の例

$$\blacktriangleright \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x}}$$

広義積分の例

$$\blacktriangleright \int_0^1 \frac{dx}{x}$$

広義積分の例

$$\blacktriangleright \int_0^{\infty} e^{-x} dx$$

広義積分の例

$$\blacktriangleright \int_1^{\infty} \frac{dx}{x}$$

広義積分の例

α : 実数

▶ $\int_0^1 x^\alpha dx$

広義積分の例

β : 実数

▶ $\int_1^{\infty} x^{\beta} dx$

広義積分の例

a : 実数

▶ $\int_0^{\infty} e^{-ax} dx$

広義積分の例

$$k \in (0, 1)$$

$$\blacktriangleright \int_0^1 \sqrt{\frac{1 - k^2 x^2}{1 - x^2}} dx$$