位相空間論第一（講義）(MTH.B201)

山田光太郎
kotaro@math.titech.ac.jp
http://www.official.kotaroy.com/class/2024/top-1

東京工業大学理学院数学系

2024/05/21

お願い

- 授業学習アンケートにご協力ください.
  T2SCHOLA のトピック「一般」の冒頭においてあります.
  20日 時点 10名/40名
- 位相空間論第一の講義は今回が最終回です．ご聴講ありがとうございました.
- 来週5 月 28 日に定期試験を行います．お忘れなきよう.

Q and A

Q: 無限集合を「有限集合でない集合」と定義していましたが，「元が無数にある集合」と定義しても問題ないですか？

問題あり

Q: 無限コの交わらない可算集合の和集合は可算集合になりますか.

正しくない

$\mathbb{N}$ と対等

命題 (命題 9.13)

Λ：可算集合，$(A_\lambda)_{\lambda\in\Lambda}$：可算集合からなる集合族

$\Rightarrow \bigcup_{\lambda\in\Lambda} A_\lambda$ は可算集合

$A_x = \{(x, n) ; n \in \mathbb{N}\} \subset \mathbb{R}\times\mathbb{N} \quad x \in \mathbb{R}$

$\bigcup_{x\in\mathbb{R}} A_x = \mathbb{R}\times\mathbb{N}$ 非可算

Q and A

Q: $\aleph_0 = |\mathbb{N}|$ を可算の濃度ということですが，無限集合なのになぜ可算というのですか.

X と $\mathbb{N}$ の 1対1対応がある

$\Leftrightarrow |X| = \aleph_0$

数える：自然数と1対1対応を(順番に)つけていく.

Q and A

Q: 実際に $|(0,1)| = |[0,1]|$ などを証明するとき，どのように考えて写像をつくるのか聞きたい．時間がかかってしまう．

かけて下さい．

$f : (0,1) \to [0,1]$ 全単射

(たいへん)

Bernsteinの定理

$f_1 : (0,1) \to [0,1]$ 単射 かんたん

$[\frac{1}{4}, \frac{3}{4}]$

$f_2 : [0,1] \to (0,1)$ 単射．

$\Rightarrow \exists f : (0,1) \to [0,1]$ 全単射．

Q and A

Q: 黒板 B にて，集合の濃度は「無限集合の元の個数のあるひとつの測り方」とありますが，無限集合の元の個数を測る他の方法とは何でしょうか．

“集合” + “構造”.　構造に即した測り方

$|\mathbb{R}^2| = |\mathbb{R}|$

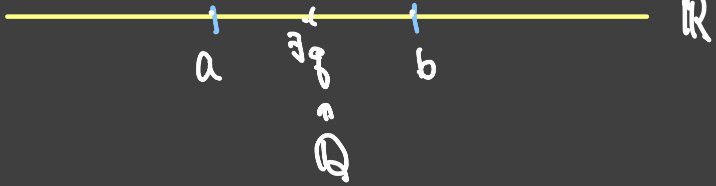
・ $\mathbb{R}^2$ ② 次元　$\mathbb{R}$ ① ： ベクトル空間

Q and A

dense　　density

Q: $|\mathbb{Q}| = |\mathbb{N}|$ が授業で分かったが，$|\mathbb{R}| > |\mathbb{N}|$ ということも教わったが，感覚として有理数の稠密性から，$\mathbb{R}$ の間に $\mathbb{Q}$ が必ずあるため，$\mathbb{R}$ は $\mathbb{Q}$ と同程度の濃度だと思っていたため，どうしてダメなのかが気になった.

$(a<b)$ "構造"



講義

この後，短い休憩をとり，「講義」を行います.

1 復習

2 連続体濃度（テキスト §9）