

位相空間論第二（講義）(MTH.B202)

山田光太郎

`kotaro@math.titech.ac.jp`

`http://www.official.kotaroy.com/class/2024/top-2`

東京工業大学理学院数学系

2024/06/25

お知らせ

- ▶ 10名の方から課題提出がありました。T2SCHOLAにて返却しておりますのでご確認ください。
なお、用紙に記入されているコメントは山田用のメモです。
読めない字があるかもしれませんが、この資料に回答やコメントがありますのでそちらを参照してください。
- ▶ 学勢調査 2024 が始まっています。回答をお願いします。
- ▶ T2SCHOLA に学修アンケートを設置しました。学期終了までにご回答いただければ幸いです。

ご意見から

- ▶ Zorn の補題の証明ですが，長くてイメージできませんでした．Zorn の補題自体は，講義でやったグラフでの全順序のイメージを元に上のように（山田注： \square は省略）イメージでき，楽しかったので，Zorn の証明にも直観的なセツメイがあるといいと思いました．

Q and A

Q: Zorn の補題の証明ですが，その証明で用いられる整列集合関連の命題の大半が講義で省かれたということは，Zorn の補題の証明や省かれた命題が今後あまり役に立たないということですか？（講義では明言は立たれていなかったの伺いたいです）

A: いいえ．あらすじやイメージを伝えることを主眼にしたので．

Q and A

- Q: 超限帰納法は最小限（原文ママ：「最小元」か）を持つ全順序集合 $([0, 1]$ とか $[0, \infty)$) では成立しないのか.
- Q: 超限帰納法は最小元 x_0 をもつ全順序集合 (X, \leq) では成り立たないですか. $X \setminus \{x_0\}$ が最小元をもたなくても, 利用できるのかなと思いました.
- A: 証明には整列集合の性質が使われていますね.

Q and A

$(\mathbb{R}, \text{普通の順序}) = \text{整列順序集合でない}$

Q: \mathbb{R} に整列順序 \leq を入れた (\mathbb{R}, \leq) は可算濃度になるのでしょうか。

また、稠密性と連続性の性質も失われますか。

• 濃度: “順序” とは無関係な概念。

\mathbb{R} にどんな順序をあたえても濃度は不変

• 連続性は: 順序と関係してあるか?

“位相”

整列定理

定義 10.17

順序集合 (X, \leq) が 整列集合

\Leftrightarrow 任意の空でない部分集合 $S \subset X$ に最小元が存在する.

定理 10.21

整列定理

任意の集合 X 上に整列順序が存在する.

講義

この後、短い休憩をとり、「講義」を行います。

1 復習

2 ツォルンの補題の応用 (テキスト §12)

11 時 15 分に再開します。