

# 位相空間論第二（講義）(MTH.B202)

ツォルンの補題の応用

山田光太郎

`kotaro@math.titech.ac.jp`

<http://www.official.kotaroy.com/class/2024/top-2>

東京工業大学理学院数学系

2024/06/25

# 線形空間の基底

$V$  : 体  $K$  上の線形空間.

## 定義

$H \subset V$  が  $V$  の基底であるとは次を満たすこと :

- ▶  $H$  の任意の有限個の元は  $K$  上線形独立
- ▶  $V$  の任意の元は  $H$  の有限個の元の  $K$  上線形結合で書ける

# 線形空間の基底

## 定理

任意の線形空間  $V$  は基底をもつ.

# 線形空間の基底

## 系 (定理 12.3)

$\mathbb{R}$  の部分集合  $H$  で次を満たすものが存在する：

- ▶ 任意の  $b_1, \dots, b_n \in H$  は  $\mathbb{Q}$  上線形独立.
- ▶  $x \in \mathbb{R}$  に対して  $b_1, \dots, b_n \in H$  と  $r_1, \dots, r_n \in \mathbb{Q}$  が存在して

$$x = r_1 b_1 + \cdots + r_n b_n$$

を満たす.

- ▶  $1 \in H$ .