

位相空間論第二（講義）(MTH.B202)

山田光太郎

`kotaro@math.titech.ac.jp`

`http://www.official.kotaroy.com/class/2024/top-2`

東京工業大学理学院数学系

2024/07/16

お知らせ

- ▶ 6名の方から課題提出がありました。T2SCHOLAにて返却しておりますのでご確認ください。
なお、用紙に記入されているコメントは山田用のメモです。
読めない字があるかもしれませんが、この資料に回答やコメントがありますのでそちらを参照してください。
- ▶ 学勢調査 2024 ご協力お願いします。
- ▶ 学修アンケート@ T2SCHOLA への回答ご協力お願いします。
現在 0/41 件の回答がありました。

定期試験予告

日時：2024年7月30日（火）

10時50分～12時20分（90分）

試験開始5分前には指定の座席（当日指示する）に着席すること

場所：本館；M-B104（授業が行われている教室）

範囲：主として7月23日までの授業で扱った内容。

定期試験予告

返却： 答案は T2SCHOLA より返却する。
採点に関するクレーム・議論はメールにて期限を
限って受け付ける。詳細は試験問題に記す。

なお、評価の対象は試験の答案と提出物の答案に書
かれたもののみとする。

評価： 60 点満点。
演習の評価 40 点と合計して成績を決定する。

試験の得点が思わしくない人は提出物の得点に重み
をつけて加味することがある。詳細は試験返却の際
に指示する。

定期試験予告

持込：本日配布する指定用紙1枚の表裏に好きなことを書き込んで持ち込んでよい。

- ▶ 用紙の pdf は T2SCHOLA, 講義 web からダウンロードできる.
- ▶ 用紙への直接のコピーや他の用紙の貼付は不可.
- ▶ 用紙は試験終了後回収するので学籍番号・氏名を明記すること.

禁止事項：携帯電話，スマートフォン，糸電話，狼煙を見るための双眼鏡など外部と通信する機器，パーソナルコンピュータ・スーパーコンピュータなど電源を必要とする機器，数学が得意な友人などの生き物など，指定用紙と筆記用具以外は持ち込み禁止。

定期試験予告

- ▶ やむを得ない理由で試験を受けられない方は, 試験前までに
電子メールにてご連絡ください.
- ▶ 連絡なしに試験を欠席された方は,
単位を得る権利を失います.

ご意見から

- ▶ ノルムを“距離”と捉えてしまっていたので，内積も含めて3つの関係性を整理することができてよかった。
山田のコメント：はい.

Q and A

Q: 内積の定義の説明の際、コーシー・シュワルツの不等式から、 $|\langle x, y \rangle| \leq \|x\| \|y\|$ から、角度が well-defined とおしえてもらったが、Arccos を使うことは分かるが、不等式を用いているのに、関数が一意に定まるのかが疑問に思ったので、well-defined となる関数は、どのような関数でどのようにして不等式を用いますか。

内積: 双線形形式 $V \times V \rightarrow \mathbb{R}$
正値性 $\langle x, x \rangle > 0 ; \text{if } x \neq 0$

\Rightarrow Cauchy-Schwarz:

$$|\langle x, y \rangle| \leq \|x\| \|y\| \quad \|x\| = \sqrt{\langle x, x \rangle}$$

$x, y \neq 0$ のとき

$$-1 \leq \frac{\langle x, y \rangle}{\|x\| \|y\|} \leq 1$$

$$\text{Arccos: } [-1, 1] \longrightarrow [0, \pi]$$

そこで x と y の夾角を

$$\text{Arccos} \frac{\langle x, y \rangle}{\|x\| \|y\|}$$

と定める

Q and A

Q: \mathbb{R}^2 の部分集合 S について, S の境界が \mathbb{R}^2 となるような例は $S = \mathbb{Q}^2$ があるあたりいくらでもありそうですが, S の内部および外部が \mathbb{R}^2 となるのは, それぞれ $S = \mathbb{R}^2$ $S = \emptyset$ のとき以外あるのでしょうか. また, 一般の \mathbb{R}^n でもそのことについて同様に言えるのでしょうか.

$$\cdot S^{\circ} = \mathbb{R}^2 \quad S \subsetneq \mathbb{R}^2 \quad \text{あり.}$$

$$\mathbb{R}^2 = S^{\circ} \cup \partial S \cup S^e \quad \text{排反和}$$

$$\therefore \partial S, S^e = \emptyset$$

$$S^c \neq \emptyset \quad \text{とすると,} \quad \exists x \in S^c \in S^{\circ}$$

$$S^{\circ} \subset S \quad \text{とすると}$$

$$\cdot S^e = \mathbb{R}^2$$

$$\Rightarrow S = \emptyset.$$

講義

この後、短い休憩をとり、「講義」を行います。

1 開集合・閉集合 (テキスト §13)

2 開集合・閉集合 (テキスト §13)

11 時 15 分に再開します。