

位相空間論第二（講義）(MTH.B202)

開集合・閉集合

山田光太郎

`kotaro@math.titech.ac.jp`

<http://www.official.kotaroy.com/class/2024/top-2>

東京工業大学理学院数学系

2024/07/16

開集合・閉集合

(X, d) : 距離空間 ; $S \subset X$

定義 (定義 13.4)

- ▶ S が開集合 $\Leftrightarrow S = S^\circ$.
- ▶ S が閉集合 $\Leftrightarrow S = \bar{S}$.
- ▶ X は開集合, X は閉集合.
- ▶ \emptyset は開集合, \emptyset は閉集合.

開集合・閉集合と内部・閉包

命題 (命題 14.3)

- ▶ S° は S の最大の開部分集合である.
- ▶ \bar{S} は S を部分集合として含む最小の閉集合である.

開集合・閉集合と補集合

定理 (定理 14.4)

- ▶ 開集合の補集合は閉集合.
- ▶ 閉集合の補集合は開集合

開集合系

(X, d) : 距離空間

$\mathcal{O} := \{S \subset X; S \text{ は開集合}\} \subset 2^X$: 開集合系

定理 (定理 14.8)

- ▶ $\emptyset, X \in \mathcal{O}$
- ▶ $S_1, S_2 \in \mathcal{O} \Rightarrow S_1 \cap S_2 \in \mathcal{O}$
- ▶ $\{S_\lambda\}_{\lambda \in \Lambda} : \mathcal{O} \text{ の集合族} \Rightarrow \bigcup S_\lambda \in \mathcal{O}$

閉集合系

(X, d) : 距離空間

$\mathcal{A} := \{T \subset X; S \text{ は閉集合}\} \subset 2^X$: 閉集合系

定理 (定理 14.11)

- ▶ $\emptyset, X \in \mathcal{A}$
- ▶ $T_1, T_2 \in \mathcal{A} \Rightarrow T_1 \cup T_2 \in \mathcal{A}$
- ▶ $\{T_\lambda\}_{\lambda \in \Lambda} : \mathcal{A}$ の集合族 $\Rightarrow \bigcap T_\lambda \in \mathcal{A}$