

# 位相空間論第二（講義）(MTH.B202)

山田光太郎

`kotaro@math.titech.ac.jp`

`http://www.official.kotaroy.com/class/2024/top-2`

東京工業大学理学院数学系

2024/07/16

# お知らせ

- ▶ 8名の方から課題提出がありました。T2SCHOLAにて返却しておりますのでご確認ください。  
なお、用紙に記入されているコメントは山田用のメモです。  
読めない字があるかもしれませんが、この資料に回答やコメントがありますのでそちらを参照してください。
- ▶ 学勢調査 2024 ご協力お願いします。
- ▶ 学修アンケート@ T2SCHOLA への回答ご協力お願いします。  
現在 0/41 件の回答がありました。

② 39

目標 50%

# 定期試験予告（再録）

- 日時：2024年7月30日（火）  
10時50分～12時20分（90分）試験開始5分前には指定の座席（当日指示する）に着席すること
- 場所：本館；M-B104（授業が行われている教室）
- 範囲：主として7月23日までの授業で扱った内容。
- 返却：答案はT2SCHOLAより返却する。  
採点に関するクレーム・議論はメールにて期限を限って受け付ける。なお、評価の対象は試験の答案と提出物の答案に書かれたもののみとする。
- 評価：60点満点。演習の評価40点と合計して成績を決定する。試験の得点が思わしくない人は提出物の得点に重みをつけて加味することがある。詳細は試験返却の際に指示する。

# 定期試験予告（再録）

持込：指定用紙1枚の表裏に好きなことを書き込んで持ち込んでよい。

- ▶ 用紙の pdf は T2SCHOLA, 講義 web からダウンロードできる。
- ▶ 用紙への直接のコピーや他の用紙の貼付は不可。
- ▶ 用紙は試験終了後回収するので学籍番号・氏名を明記すること。

禁止事項：携帯電話，スマートフォン，糸電話，狼煙を見るための双眼鏡など外部と通信する機器，パーソナルコンピュータ・スーパーコンピュータなど電源を必要とする機器，数学が得意な友人などの生き物など，指定用紙と筆記用具以外は持ち込み禁止。

欠席：やむを得ない理由で試験を受けられない方は，試験前までに電子メールにてご連絡ください。連絡なしに試験を欠席された方は，単位を得る権利を失います。

## ご意見から

- ▶ 黒板の講義資料が微積分の講義のものになっていました.
- ▶ Goodnotes の Web Viewer 機能も使っていただけると授業中に見逃してしまった板書を授業中に見ることができるのでそのようにしていただきたいです.
- ▶ 中間試験で回収した持ち込み用紙を 2Q が終わった後でもいいので返却してほしいです.

## Q and A

Q: 位相空間で閉集合系よりも開集合系を考察の対象としているが、補集合をとればどちらで議論しても同じように思える。開集合系を主とするのは何か理由があるのか。

Q: 閉集合の証明でよく補集合が開集合であることを示すが、直接証明すること ( $\overline{S} = S$ ) は難しいか。

Q: 「距離空間  $X$  の部分集合  $S$  が閉集合であるとは、 $S = \overline{S}$  となるときをいう」とありましたが、「位相空間  $(X, \mathcal{O})$  において、 $X$  の部分集合  $A$  が閉集合であるとは、その補集合  $A^c$  が開集合となるときをいう」でした。位相空間においてこのように定義するメリットは何ですか？

# Q and A

Q: 授業中、定理 14.4 の証明で、  
 $\{(S^\circ)^c\}^{c \circ c} = S^{\circ c c \circ c} = S^{\circ \circ c} = S^{\circ c} = S^c$  とした際、演算の、  
処理の順番を変えていたことに関して、順番を変えられる理由として、 $\circ, c$  の合成写像の結合法則から従っていると考えたのですが、合成写像以外で考えられる理由はありますか。

A:  $A^{cc} = A$ . 順序交換はしていない？

結合法則

$$\begin{aligned} \circ: \mathbb{R}^x &\longrightarrow \mathbb{R}^x \\ c: \mathbb{R}^x &\longrightarrow \mathbb{R}^x \end{aligned}$$

Q and A

$$d(x, y) = \begin{cases} 1 & (x \neq y) \\ 0 & (x = y) \end{cases}$$

⊗ Q: 離散距離において  $B(x, r)$  がどう定義されるかというところで、 $r$  が 1 以下か 1 より大きいかで  $\{x\}$  か  $\mathbb{R}^n$  が分かれていましたが、 $r = 1$  のときの等号は大きい側に含まれるのではないかとちょっと引かかりました。これは開球の定義に等号が含まれていないから  $r \leq 1$  と  $r > 1$  になっているということでしょうか？

$$B(x, r) = \{y \in X; d(x, y) < r\}$$

$$= \{x\}$$

$$r \leq 1$$

$$= \setminus$$

$$r > 1$$

## Q and A

Q: 先生の開集合系や開球に持っているイメージを教えてください。イメージというのは、概念の定性的 or 直感的な解釈、数学の研究などのときにどのようなモチベーションでこの概念を考えるかなどのこと。

Euclid 空間

# 講義

この後、短い休憩をとり、「講義」を行います。

1 連続写像 (テキスト §15)

2 連続写像 (テキスト §15)

11 時 10 分に再開します。